© International Baccalaureate Organization 2023

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

© Organisation du Baccalauréat International 2023

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2023

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

https://xtremepape.rs/

Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

# Mathématiques : applications et interprétation
# Niveau supérieur
# Épreuve 1

8 mai 2023

**Zone A** après-midi | **Zone B** matin | **Zone C** après-midi

Numéro de session du candidat

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

2 heures

## Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[110 points]**.

21 pages

2223 – 7216
© International Baccalaureate Organization 2023

24EP01

International Baccalaureate
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

https://xtremepape.rs/

Veuillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page ne seront pas corrigées.



https://xtremepape.rs/

Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

**1.** [Note maximale : 7]

Un joueur lance un ballon de basketball. La hauteur du ballon est modélisée par

$$h(t) = -4{,}75t^2 + 8{,}75t + 1{,}5\,,\ t \geq 0\,,$$

où $h$ est la hauteur du ballon au-dessus du sol, en mètres, et $t$ est le temps, en secondes, après que le ballon a été lancé.

(a) Trouvez combien de temps il faut au ballon pour atteindre sa hauteur maximale. [2]

(b) En supposant qu'aucun joueur n'attrape le ballon, trouvez combien de temps il faudrait au ballon pour toucher le sol. [2]

Un autre joueur attrape le ballon alors que ce dernier se trouve à une hauteur de $1{,}2$ mètre.

(c) Trouvez la valeur de $t$ correspondant à l'instant où ce joueur attrape le ballon. [2]

(d) Écrivez un inconvénient associé à l'utilisation de $h(t)$ pour modéliser la hauteur du ballon. [1]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**2.** [Note maximale : 4]

Une entreprise qui possède de nombreux restaurants souhaite déterminer s'il existe des différences dans la qualité des aliments cuisinés pour trois repas différents : le petit-déjeuner, le déjeuner et le dîner.

Leur équipe d'assurance de la qualité sélectionne au hasard $500$ aliments à inspecter.
La qualité de chaque aliment est classée comme parfaite, satisfaisante ou médiocre.
Les données sont résumées dans le tableau suivant.

| | | **Qualité** | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | **Parfaite** | **Satisfaisante** | **Médiocre** | **Total** |
| **Repas** | **Petit-déjeuner** | 101 | 124 | 7 | **232** |
| | **Déjeuner** | 68 | 81 | 5 | **154** |
| | **Dîner** | 35 | 69 | 10 | **114** |
| | **Total** | **204** | **274** | **22** | **500** |

Un test du $\chi^2$ est effectué, au niveau de signification de $5\,\%$, pour déterminer s'il existe une différence significative dans la qualité des aliments cuisinés pour les trois repas.

La valeur critique pour ce test est $9{,}488$.

Les hypothèses pour ce test sont :

$H_0$: La qualité des aliments et le type de repas sont indépendants.
$H_1$: La qualité des aliments et le type de repas ne sont pas indépendants.

(a) Trouvez la statistique du $\chi^2$. [2]

(b) Indiquez, avec une justification, la conclusion pour ce test. [2]

**(Suite de la question à la page suivante)**



https://xtremepape.rs/

**(Suite de la question 2)**

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

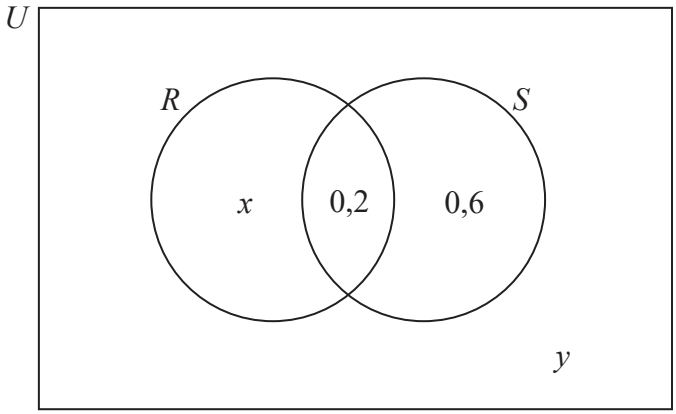
. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**3.** [Note maximale : 7]

Le diagramme de Venn suivant montre deux événements indépendants, $R$ et $S$. Les valeurs du diagramme représentent des probabilités.




(a) Trouvez la valeur de $x$. [3]

(b) Trouvez la valeur de $y$. [2]

(c) Trouvez $\mathrm{P}(R' \mid S')$. [2]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**4.** [Note maximale : 6]

Angel a dollars $520$ ($\$$) dans son compte d'épargne. Angel considère la possibilité d'investir l'argent pour une période de $5$ ans dans une banque. La banque offre un taux d'intérêt annuel de $1{,}2\,\%$, composé trimestriellement.

(a) Calculez le montant d'argent qu'Angel aurait au bout de $5$ ans avec la banque. Donnez votre réponse correcte à deux chiffres après la virgule près. [3]

Au lieu d'investir l'argent, Angel décide d'acheter un téléphone qui coûte $520\ \$$. Au bout de $5$ ans, le téléphone aura une valeur de $30\ \$$. On peut supposer que le taux de dépréciation annuel est constant.

(b) Calculez le taux de dépréciation annuel du téléphone. [3]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**5.** [Note maximale : 6]

Les longueurs des graines d'un certain manguier sont approximées par une distribution normale avec une moyenne de $4\,\text{cm}$ et un écart type de $0{,}25\,\text{cm}$.

Une graine de ce manguier est choisie au hasard.

(a) Calculez la probabilité que la longueur de la graine soit inférieure à $3{,}7\,\text{cm}$. [2]

On sait que $30\,\%$ des graines ont une longueur supérieure à $k\,\text{cm}$.

(b) Trouvez la valeur de $k$. [2]

Pour une graine dont la longueur est de $d\,\text{cm}$, choisie au hasard, $\text{P}(4 - m < d < 4 + m) = 0{,}6$.

(c) Trouvez la valeur de $m$. [2]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



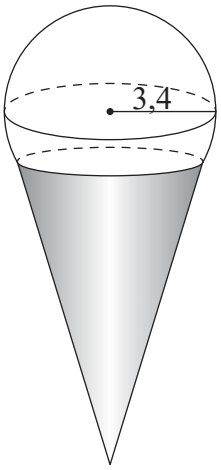
https://xtremepape.rs/

**6.** [Note maximale : 5]

Ruhi achète une boule de crème glacée en forme de sphère dont le rayon est de $3{,}4\,\text{cm}$.

La crème glacée est servie dans un cône et on peut supposer que $\frac{1}{5}$ du volume de la crème glacée est à l'intérieur du cône. Ceci est illustré dans le diagramme suivant.

**la figure n'est pas à l'échelle**




(a) Calculez le volume de crème glacée qui n'est pas à l'intérieur du cône. [3]

L'apothème (la hauteur oblique) du cône est de $11\,\text{cm}$ et son rayon est de $3\,\text{cm}$.

L'extérieur du cône est recouvert de chocolat.

(b) Calculez l'aire de la surface du cône recouverte de chocolat. Donnez votre réponse correcte au $\text{cm}^2$ près. [2]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**7.** [Note maximale : 6]

Akar commence un nouvel emploi en Australie et il doit faire quotidiennement l'aller-retour entre Wollongong et Sydney. Il se rend au travail pendant $28$ jours consécutifs et effectue donc $56$ trajets simples. Akar fait tous les trajets en bus.

La probabilité qu'il réussisse à obtenir un siège dans le bus pour un trajet simple est de $0{,}86$.

(a) Déterminez le nombre espéré parmi ces $56$ trajets pour lesquels Akar obtient un siège dans le bus. [1]

(b) Trouvez la probabilité qu'Akar obtienne un siège sur au moins $50$ trajets au cours de ces $28$ jours. [3]

La probabilité qu'Akar obtienne un siège sur au plus $n$ trajets est d'au moins $0{,}25$.

(c) Trouvez la plus petite valeur possible de $n$. [2]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

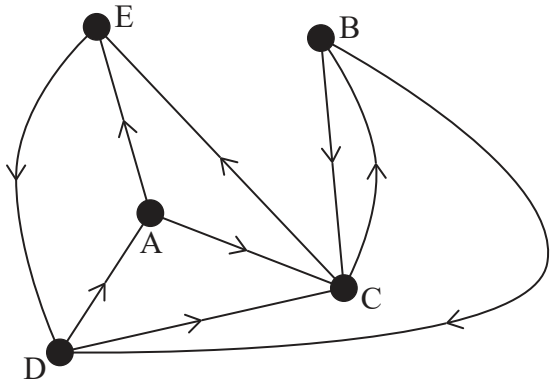
. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**8.** [Note maximale : 7]

Le graphe suivant, orienté et non pondéré, montre un réseau routier simplifié sur une île, reliant cinq petits villages indiqués par les lettres A à E.




(a) Construisez la matrice d'adjacence $\boldsymbol{M}$ pour ce réseau. [3]

Beatriz, la conductrice du bus, part du village E et se rend dans sept villages pour finir au septième village, le village A.

(b) (i) Déterminez le nombre d'itinéraires possibles que Beatriz aurait pu emprunter pour voyager de E à A.

(ii) Décrivez un itinéraire possible emprunté par Beatriz, en énumérant les villages visités dans l'ordre. [4]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**9.** [Note maximale : 9]

Dans un club de course, Sung-Jin effectue un test pour déterminer s'il existe une association entre l'âge d'un athlète et son meilleur temps de course au $100\,\mathrm{m}$. Huit athlètes sont choisis au hasard et leurs détails sont indiqués ci-dessous.

| **Athlète** | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Âge (années)** | 13 | 17 | 22 | 18 | 19 | 25 | 11 | 36 |
| **Temps (secondes)** | 13,4 | 14,6 | 13,4 | 12,9 | 12,0 | 11,8 | 17,0 | 13,1 |

Sung-Jin décide de calculer le coefficient de corrélation de Spearman pour son ensemble de données.

(a) Complétez le tableau de rangs. [2]

| **Athlète** | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Rang d'âge** | | | 3 | | | | | |
| **Rang de temps** | | | | | | | 1 | |

(b) Calculez le coefficient de corrélation de Spearman, $r_s$. [2]

(c) Interprétez cette valeur de $r_s$ dans le contexte de la question. [1]

(d) Suggérez une raison mathématique expliquant pourquoi Sung-Jin aurait décidé de ne pas utiliser le coefficient de corrélation de Pearson avec ses données du tableau de départ. [1]

(e) (i) Trouvez le coefficient de détermination pour les données du tableau de départ.

(ii) Interprétez cette valeur dans le contexte de la question. [3]

**(Suite de la question à la page suivante)**



https://xtremepape.rs/

**(Suite de la question 9)**

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**10.** [Note maximale : 6]

Une entreprise de chocolat envisage de produire des tablettes de chocolat aux saveurs particulières. On interroge $246$ personnes pour déterminer s'il y a une préférence particulière pour l'une de ces saveurs.

Le tableau ci-dessous présente les informations recueillies.

| **Piment fort** | **Croustillant aux amandes** | **Chai épicé** | **Gingembre et citron** |
|---|---|---|---|
| 75 | 59 | 46 | 66 |

Un test d'ajustement du $\chi^2$ est effectué sur ces données au niveau de signification de $5\,\%$.

La valeur critique pour le test est $7{,}82$.

(a) Indiquez l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative pour ce test. [2]

(b) Effectuez le test et donnez votre conclusion dans le contexte. [4]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**11.** [Note maximale : 6]

Deux sources électriques CA (courant alternatif) de fréquence égale sont combinées.

La tension de la première source est modélisée par l'équation $V = 30\sin(t + 60^\circ)$.

La tension de la deuxième source est modélisée par l'équation $V = 60\sin(t + 10^\circ)$.

(a) Déterminez la tension maximale des sources combinées. [2]

(b) À l'aide de votre calculatrice à écran graphique, trouvez une équation appropriée pour les tensions combinées, en donnant votre réponse sous la forme $V = V_0\sin(at + b)$, où $a$, $b$ et $V_0$ sont des constantes, $a > 0$ et $0^\circ \leq b < 180^\circ$. [4]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**12.** [Note maximale : 5]

Un ballon sphérique est gonflé de sorte que son volume augmente à un taux de $15\,\text{cm}^3\,\text{s}^{-1}$.

(a) Trouvez le rayon du ballon lorsque son volume est de $288\pi\,\text{cm}^3$. [2]

(b) À partir de là ou par toute autre méthode, trouvez le taux de variation du rayon à cet instant. [3]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**13.** [Note maximale : 7]

Les matrices $\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ et $\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ représentent deux transformations.

Un triangle $T$ est transformé par $\boldsymbol{P}$, et cette image est ensuite transformée par $\boldsymbol{Q}$ pour former un nouveau triangle, $T'$.

(a) Trouvez la matrice unique qui représente la transformation $T' \to T$, qui annulera la transformation décrite ci-dessus. [4]

L'aire de $T'$ est de $273\,\text{cm}^2$.

(b) En utilisant votre réponse à la partie (a) ou par toute autre méthode, déterminez l'aire de $T$. [3]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**14.** [Note maximale : 8]

Dans cette question, $\boldsymbol{i}$ désigne un vecteur unitaire plein est, et $\boldsymbol{j}$ désigne un vecteur unitaire plein nord.

Deux navires, A et B, se déplacent chacun à des vitesses constantes.

Le vecteur-position du navire A, au temps $t$ heures, est donné par $\boldsymbol{r}_A = (1 + 2t)\boldsymbol{i} + (3 - 3t)\boldsymbol{j}$.

Le vecteur-position du navire B, au temps $t$ heures, est donné par $\boldsymbol{r}_B = (-2 + 4t)\boldsymbol{i} + (-4 + t)\boldsymbol{j}$.

(a) Trouvez le relèvement sur lequel le navire A navigue. [3]

(b) Trouvez la valeur de $t$ pour laquelle le navire B est directement au sud du navire A. [2]

(c) Trouvez la valeur de $t$ pour laquelle le navire B est directement au sud-est du navire A. [3]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**15.** [Note maximale : 6]

Un échantillon aléatoire de huit paquets de grains de café Apollo est sélectionné sur une étagère de supermarché.

Les poids des grains de café contenus dans chaque paquet sont les suivants :

$222\,\text{g}$ $226\,\text{g}$ $221\,\text{g}$ $228\,\text{g}$ $227\,\text{g}$ $225\,\text{g}$ $222\,\text{g}$ $223\,\text{g}$

(a) (i) Trouvez une estimation non biaisée du poids moyen des grains de café dans un paquet de café Apollo.

(ii) Calculez un intervalle de confiance pour la moyenne de la population, au niveau de confiance de $95\,\%$. Donnez votre réponse à quatre chiffres significatifs. [3]

(b) Indiquez une hypothèse que vous avez faite pour que votre intervalle soit valide. [1]

(c) L'étiquette de chaque paquet comporte une description qui comprend la phrase : « contient $226\,\text{g}$ de grains de café. »

En utilisant votre réponse à la partie (a)(ii), commentez brièvement l'affirmation sur l'étiquette. [2]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

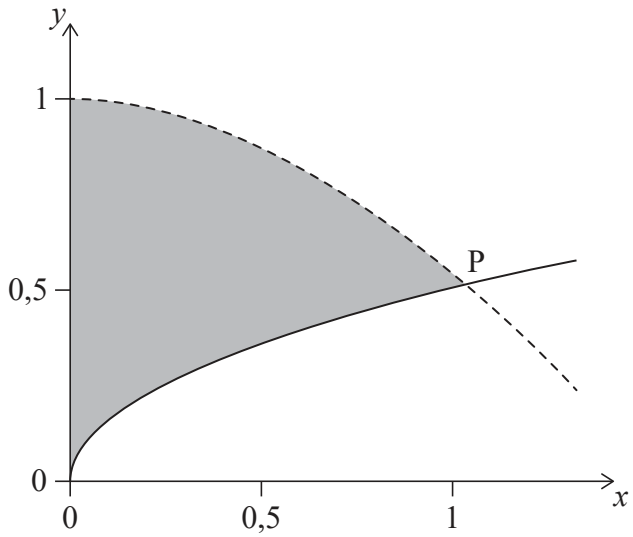


https://xtremepape.rs/

**16.** [Note maximale : 9]

Le diagramme suivant montre des parties des courbes de $y = \cos x$ et $y = \frac{\sqrt{x}}{2}$.

P est le point d'intersection entre les deux courbes.




(a) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour trouver les coordonnées de P. [2]

La région grisée subit une rotation de $360^\circ$ **autour de l'axe des ordonnées** pour former un solide de révolution $V$.

(b) Exprimez $V$ comme la somme de deux intégrales définies. [5]

(c) À partir de là, trouvez le volume de $V$. [2]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



https://xtremepape.rs/

**17.** [Note maximale : 6]

Considérez l'équation différentielle

$$\left(x^2+1\right)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{x}{2y-2}\text{, pour } x\geq 0,\ y\geq 1,$$

où $y=1$ lorsque $x=0$.

(a) Expliquez pourquoi la méthode d'Euler ne peut pas être utilisée pour trouver une valeur approximative pour $y$ lorsque $x=0{,}1$. [1]

(b) En résolvant l'équation différentielle, montrez que $y=1+\sqrt{\frac{\ln\left(x^2+1\right)}{2}}$. [4]

(c) À partir de là, déduisez la valeur de $y$ lorsque $x=0{,}1$. [1]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

**Références :**

**© Organisation du Baccalauréat International 2023**



https://xtremepape.rs/

Veuillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page ne seront pas corrigées.



https://xtremepape.rs/

Veuillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page ne seront pas corrigées.



https://xtremepape.rs/

Veuillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page ne seront pas corrigées.



https://xtremepape.rs/